

VII Drużynowe Matematyczne Mistrzostwa Bydgoszczy

Zadanie 1.

Udowodnić tożsamość

$$\left(\frac{\sqrt[4]{b} + 4}{\sqrt[4]{b} - 4} + \frac{\sqrt[4]{b} - 4}{\sqrt[4]{b} + 4}\right) : \frac{4\sqrt{b} + 64}{16 - \sqrt{b}} = -\frac{1}{2}.$$

Zadanie 2.

Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = x^2 + |2x + 1|$ w przedziale $\langle -1; 0 \rangle$.

Zadanie 3.

Na płaszczyźnie dane są trzy jednakowe okręgi o nieznannej długości promienia x i okrąg o danym promieniu r . Każdy z okręgów o promieniu x jest styczny zewnętrznie do dwóch okręgów o promieniu x o okręgu o promieniu r . Oblicz długość promienia x .

Zadanie 4.

Wysokość trójkąta równoramiennego opuszczona z wierzchołka przy podstawie, dzieli jego ramię na odcinki o długościach 4 i 16, licząc od podstawy. Obliczyć promień okręgu wpisanego w ten trójkąt.

Zadanie 5.

Wyznaczyć wszystkie wartości x , dla których ciąg $(|x - 1|, 2, |x + 3|)$ jest malejącym ciągiem arytmetycznym.

Zadanie 6.

W zależności od parametru a , określić liczbę rozwiązań układu równań

$$\begin{cases} |x| + |y| = 1 \\ |x + y| = a \end{cases}$$

Zadanie 7.

Wysokość trapezu, którego przekątne są prostopadłe, jest równa 4. Obliczyć pole trapezu, jeśli jedna z jego przekątnych jest równa 5.

Zadanie 8.

W kwadrat o polu 18 wpisany jest prostokąt tak, że na każdym boku kwadratu leży jeden wierzchołek prostokąta. Stosunek boków prostokąta jest równy 1:2. Obliczyć pole prostokąta.

Zadanie 9.

Wyznaczyć te wartości parametru m , dla których równanie

$$(x - 3)(x^2 - 2(2m + 1)x + (m + 2)^2) = 0$$

ma trzy różne rozwiązania.

Zadanie 10.

W trapezie równoramiennym jedna z podstaw jest dwa razy dłuższa od drugiej. Przekątna trapezu jest dwusieczną kąta przy dłuższej podstawie. Obliczyć długości boków trapezu wiedząc, że jego pole jest równe $3\sqrt{3}$.

VII Drużynowe Matematyczne Mistrzostwa Bydgoszczy

Zadanie 1.

Naszkiuj wykres funkcji $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1} - \sqrt{x}} + x\sqrt{x-1} + \sqrt{x^3} + 2018$.

Zadanie 2.

Wyznacz wszystkie wartości x , dla których ciąg $(|x-1|, 2, |x+3|)$ jest malejącym ciągiem arytmetycznym.

Zadanie 3.

Wyznacz te wartości parametru m , dla których równanie $(x-3)[x^2 - 2(2m+1)x + (m+2)^2] = 0$ ma trzy różne rozwiązania.

Zadanie 4.