

VII Drużynowe Matematyczne Mistrzostwa Bydgoszczy

Zadanie 1.

Rozwiąż równanie: $\sqrt[2018]{x^4 - 2x^3 - 2x^2 - 2x + 2} = \sqrt[2018]{x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1}$.

Zadanie 2.

Rozwiąż nierówność: $(2x^2 - 1)^4 - (x^2 + 8)^4 \geq 0$.

Zadanie 3.

Dane są funkcje $f(x) = \frac{3}{x-5}$, $g(x) = |x-4|$. Dla jakich wartości parametru m równanie $f(g(x)) = m$ nie ma rozwiązania?

Zadanie 4.

Dla jakich wartości parametru a nierówność $\frac{ax^2 + 5x + 11}{x^2 + 3x + 10} > 1$ jest spełniona przez wszystkie liczby rzeczywiste z wyjątkiem jednej.

Zadanie 5.

Iloraz ciągu geometrycznego jest równy $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Wykaż, że każdy wyraz tego ciągu (z wyjątkiem pierwszego) jest równy różnicy wyrazów następnego i poprzedniego.

Zadanie 6.

W trójkącie ABC dane są pole S i bok AC równy b . Prosta równoległa do boku AC przecina pozostałe boki tego trójkąta w punktach D i E . Oblicz wysokość BF trójkąta BDE , wiedząc, że jego pole wynosi P .

Zadanie 7.

Dla jakich wartości parametru m granica $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(m^3 + 9m^2 + 9m + 11)n^2 - n + 2}{(m^2 + 1)n^2 + 3}$ jest równa czwartemu wyrazowi ciągu (a_n) ($n \in \mathbb{N}$) określonego wzorem $\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_{n+1} = 2a_n + 3 \end{cases}$?

Zadanie 8.

Pole prostokąta jest dwa razy mniejsze niż pole koła opisanego na tym prostokącie. Wyznacz stosunek długości boku dłuższego do krótszego w tym prostokącie.

Zadanie 9.

W trapezie $ABCD$ o podstawach AB i CD ramię BC ma długość 8, $\frac{AB}{CD} = \frac{9}{4}$ i $\angle CAB = \angle ABC$. Oblicz pole tego trapezu, jeżeli przekątna AC zawiera się w dwusiecznej kąta DAB .

Zadanie 10.

Na środkowej BM trójkąta ABC dany jest punkt D taki, że $BD : DM = 3 : 1$. W jakim stosunku prosta AD dzieli pole trójkąta ABC ?