



**Final**  
**XVIII Kujawsko-Pomorskich**  
**Zawodów Matematycznych**  
**im. Mariana Rejewskiego**  
**Klasa I**

**Zadanie 1. Suma.** Wyznacz sumę liczb rzeczywistych  $a$ ,  $b$  i  $c$  wiedząc, że

$$\begin{cases} a - b = 4c \\ \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \\ a^3 + b^3 + c^3 = 2018^3 \end{cases}$$

**Zadanie 2. Równe pola.** Dany jest trójkąt  $ABC$  oraz punkty  $M$  i  $N$  należące odpowiednio do boków  $AC$  i  $BC$  takie, że  $MN \parallel AB$ . Niech  $K$  będzie takim punktem boku  $AC$ , że  $AM = CK$ . Odcinki  $BK$  i  $AN$  przecinają się w punkcie  $L$ . Wykaż, że pole trójkąta  $ABL$  jest równe polu czworokąta  $KLNC$ .

**Zadanie 3. Pierwiastek.** Czy liczba  $\sqrt[18]{2018^{2018} + 2017^{2017}}$  jest wymierna? Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 4. Trapez.** Przekątne czworokąta wypukłego  $ABCD$  przecinają się w punkcie  $E$ . Pola trójkątów  $AED$  i  $BEC$  są równe odpowiednio 9 i 1, a pole czworokąta  $ABCD$  nie przekracza 16. Udowodnij, że czworokąt  $ABCD$  jest trapezem.

Bydgoszcz, 29 maja 2018 r.



**Final**  
**XVIII Kujawsko-Pomorskich**  
**Zawodów Matematycznych**  
**im. Mariana Rejewskiego**  
**Klasa II**

**Zadanie 1. Równanie z parametrem.** Wyznacz wszystkie wartości parametru  $m$ , dla których równanie

$$x^2 + \frac{4m}{\sqrt[2018]{x}} = \frac{mx^2}{\sqrt[2018]{x}} + 4$$

ma jedno rozwiązanie.

**Zadanie 2. Suma.** Oblicz sumę liczb rzeczywistych  $a, b, c$  i  $d$  wiedząc, że

$$\begin{cases} a + b + c = d \\ \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{d} \\ a^3 + b^3 + c^3 = 1009^3 \end{cases}$$

**Zadanie 3. Liczba trójkątów całkowitych.** Czy istnieje trójkąt o bokach o długościach całkowitych, w którym promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest odwrotnością promienia okręgu opisanego na tym trójkącie. Odpowiedź uzasadnij.

**Zadanie 4. Równoległobok.** Przekątne czworokąta wypukłego  $ABCD$  przecinają się w punkcie  $E$ . Iloczyn pól trójkątów  $AED$  i  $BEC$  jest równy 16, a pole czworokąta  $ABCD$  nie przekracza 16. Udowodnij, że czworokąt  $ABCD$  jest równoległobokiem.